제2교시

수리 영역

성명		수험번호						1				

○ 답안지에 성명과 수험번호를 써 넣고, 또 수험번호와 답을 정확히 표시하시오.
○ 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.
○ 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
○ 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

---

1. 전체집합 U의 공집합이 아닌 서로 다른 두 부분집합 A, B에 대하여 $(A-B)\cup(A-B^c)$ 과 같은 집합은? [2 점]

① ϕ　② A　③ B
④ $A\cap B$　⑤ $A\cup B$

2. $z=\dfrac{1+i}{\sqrt{2}}$ 일 때, $z^{2007}=a+bi$ 가 성립하는 실수 a, b에 대하여 $a+b$ 의 값은? (단, $i=\sqrt{-1}$) [2 점]

① $-\sqrt{2}$　② -1　③ 0　④ 1　⑤ $\sqrt{2}$

3. 두 조건 $p: -1<x<3$, $q: |x|<a$ 에 대하여 p가 q이기 위한 충분조건이 되도록 하는 상수 a의 최소값은? [3 점]

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

4. $x^3-ax+6=(x-1)(x+b)(x+c)$ 가 x에 관한 항등식일 때, 상수 a, b, c에 대하여 $a+b+c$ 의 값은? [2 점]

① 8　② 9　③ 10　④ 11　⑤ 12

5. 전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여 $n(U)=40$, $n(A)=12$, $n(B-A)=9$일 때, $n(A^c \cap B^c)$의 값은? (단, $n(X)$는 집합 X의 원소의 개수) [3 점]

① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

6. 다음은 편지 내용의 일부분이다.

안녕하세요?
저는 제주도에 사는 희망이라고 해요.
ㄱ. 제주도는 섬이랍니다.
제가 자랑하고 싶은 곳은 한라산이에요.
ㄴ. 한라산은 아시아에서 가장 높은 산이랍니다.
ㄷ. 한라산에는 예쁜 꽃들이 많아요.
날씨가 맑은 날에는 산 정상까지 보인답니다.
ㄹ. 오늘은 날씨가 참 좋군요.

위의 밑줄 친 문장 중에서 명제인 것을 모두 고른 것은? [3 점]

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄴ, ㄹ
④ ㄱ, ㄷ, ㄹ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ

7. 두 조건 a, b에 대하여 $\langle a,\ b \rangle$를

$$\langle a,\ b \rangle = \begin{cases} 1 & (a\text{가 } b\text{이기 위한 충분조건이지만 필요조건이 아닐 때}) \\ 0 & (a\text{가 } b\text{이기 위한 필요충분조건일 때}) \\ -1 & (a\text{가 } b\text{이기 위한 필요조건이지만 충분 조건이 아닐 때}) \end{cases}$$

으로 정의한다. 세 집합 A, B, X에 대하여 조건 p, q, r이 다음과 같을 때,

$p: X \subset (A \cap B)$
$q: X \subset (A \cup B)$
$r: X \subset A$ 또는 $X \subset B$

$\langle p,\ q \rangle - 2\langle q,\ r \rangle - 3\langle r,\ p \rangle$의 값은? [3 점]

① -6 ② -4 ③ 0 ④ 4 ⑤ 6

8. 티베트의 어느 사원에는 그림과 같이 정사각형에 내접하는 큰 원과 그 원에 외접하면서 정사각형의 두 변에 접하는 작은 원 4개로 이루어진 벽화가 있다. 큰 원의 반지름의 길이가 3일 때, 작은 원의 반지름의 길이는? [4 점]

① $2-\sqrt{2}$ ② $2-\sqrt{3}$ ③ $6-3\sqrt{2}$
④ $6-3\sqrt{3}$ ⑤ $9-6\sqrt{2}$

9. 0이 아닌 세 실수 x, y, z가 $\sqrt{x}\sqrt{y}=\sqrt{xy}$, $\dfrac{\sqrt{z}}{\sqrt{y}}=-\sqrt{\dfrac{z}{y}}$ 를 만족할 때, $|x-y|+|y-z|-\sqrt{(x-y+z)^2}$ 을 간단히 하면? [4 점]

① $2x$ ② $-y$ ③ $2x-y$
④ $y-2z$ ⑤ $x-2z$

10. <보기>의 집합 중 곱셈에 대하여 닫혀 있는 집합을 모두 고른 것은? [3 점]

<보 기>

ㄱ. $\left\{ \dfrac{1}{n} \mid n\text{은 자연수} \right\}$

ㄴ. $\{ 2k+1 \mid k\text{는 정수}\}$

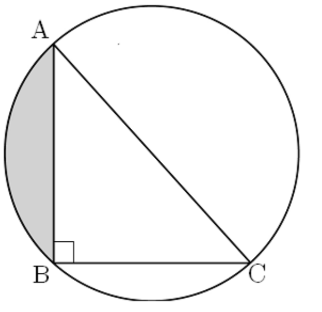
ㄷ. $\{ a+b\pi \mid a,\ b\text{는 유리수},\ \pi\text{는 원주율}\}$

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

11. 두 다항식 x^2+2x+a, x^3+x^2+x-3의 최대공약수가 일차식일 때, 상수 a의 값은? [3 점]

① -8 ② -3 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

12. 그림과 같이 원에 내접하는 $\angle B=90°$인 직각이등변삼각형 ABC에서 변 AB와 호 AB로 둘러싸인 어두운 부분의 넓이가 $2\pi-4$일 때, 원의 반지름의 길이는? [4 점]



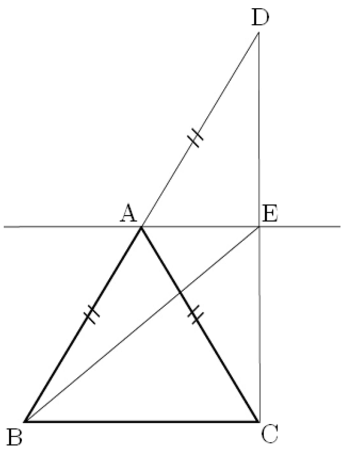
① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 4

13. 두 형제가 원숭이 한 마리를 기르고 있다. 형이 집에 있는 바나나 중 한 개를 원숭이에게 주고 남은 개수의 $\dfrac{1}{2}$을 가져갔다. 그 후 이것을 모르는 동생이 와서 역시 바나나 한 개를 원숭이에게 주고 남은 개수의 $\dfrac{1}{2}$을 가져갔다. 다음날 원숭이에게 한 개의 바나나를 주었더니 남은 것을 형과 동생이 똑같은 개수로 나누어 가질 수 있었다. 처음에 있었던 바나나의 개수가 될 수 있는 것은? (단, 바나나를 자르는 경우는 생각하지 않는다.) [4 점]

① 57 ② 67 ③ 77 ④ 87 ⑤ 97

14. $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 예각삼각형 ABC 에서 반직선 BA 위에 $\overline{AB} = \overline{AD}$ 인 점을 D 라 하자. 점 A 를 지나고 변 BC 와 평행한 직선이 선분 CD 와 만나는 점을 E 라 할 때, $\overline{AB} + \overline{AC} < \overline{BE} + \boxed{\text{(다)}}$ 임을 증명하는 과정이다.

<증명>



그림에서 직선 AE 와 변 BC 가 평행하므로

$\angle ABC$ 와 $\boxed{\text{(가)}}$ 는 동위각으로 같다.

$\angle ACB$ 와 $\boxed{\text{(나)}}$ 는 엇각으로 같다.

$\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $\angle ABC = \angle ACB$ 이다.

따라서 $\boxed{\text{(가)}} = \boxed{\text{(나)}}$

$\triangle ACE \equiv \triangle ADE$ 이므로 $\boxed{\text{(다)}} = \overline{DE}$ 이다.

$\overline{BD} < \overline{BE} + \overline{DE}$ 이고

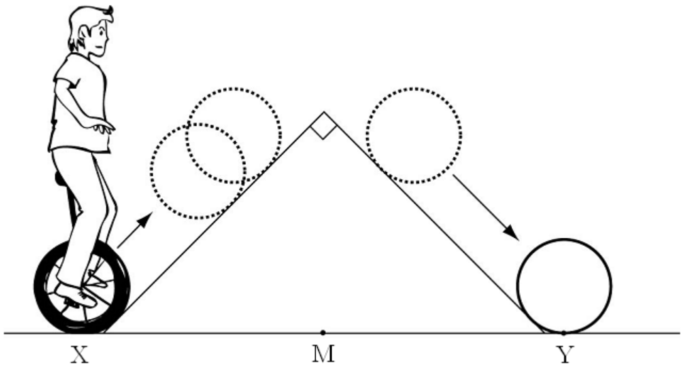
$\overline{BD} = \overline{AB} + \overline{AD}$ 이다.

따라서 $\overline{AB} + \overline{AC} < \overline{BE} + \boxed{\text{(다)}}$

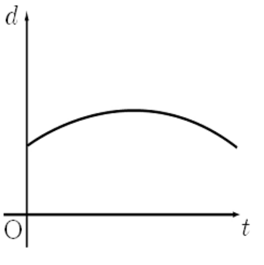
위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [3 점]

	(가)	(나)	(다)
①	$\angle DAE$	$\angle BEC$	$\overline{AE}$
②	$\angle BAC$	$\angle BEC$	$\overline{AE}$
③	$\angle DAE$	$\angle CAE$	$\overline{AE}$
④	$\angle BAC$	$\angle CAE$	$\overline{CE}$
⑤	$\angle DAE$	$\angle CAE$	$\overline{CE}$

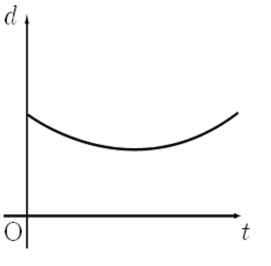
15. 그림과 같이 철수가 외발자전거를 타고 직각이등변삼각형 모양의 장애물을 넘어가려고 한다. 지면과 장애물에 자전거의 바퀴가 동시에 접하는 지면 위의 접점을 X, Y 라 하고, 선분 XY 의 중점을 M 이라 하자. 철수가 X 에서 출발하여 최단 거리로 Y 까지 일정한 속도로 이동할 때, 시간 t 와 점 M 에서 자전거 바퀴의 중심까지의 거리 d 에 대하여 d 를 t 의 함수로 나타낸 그래프의 개형은? (단, 자전거 바퀴의 모양은 항상 원이며 지름의 길이는 장애물의 높이보다 작다.) [4 점]



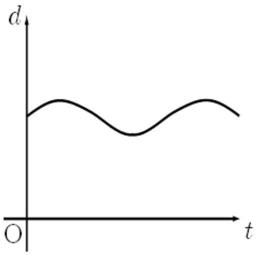
①



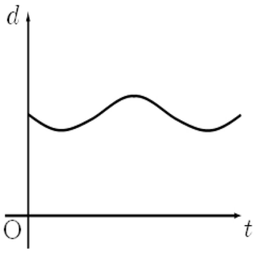
②



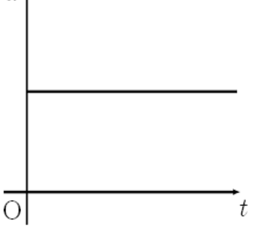
③



④



⑤



16. 자연수 x 에 대하여 $x^4+x^3+x^2+x+1$ 이 어떤 자연수의 제곱이 되는 x 의 개수를 구하는 과정이다.

> $x^4+x^3+x^2+x+1=y^2$ (y 는 자연수) 라 하자.
> $4x^4+4x^3+4x^2+4x+4=(2y)^2$
> $(\boxed{\text{(가)}})^2+(3x^2+4x+4)=(2y)^2$ … ㉠
> $(2x^2+x+1)^2-(x-3)(x+1)=(2y)^2$ … ㉡
>
> $(x-3)(x+1)>0$ 이면
> ㉡에서 $2x^2+x+1>2y$ 이고
> ㉠에서 $\boxed{\text{(가)}}<2y$ 이므로
> 만족하는 자연수 y 는 존재하지 않는다.
>
> 따라서 $(x-3)(x+1)\leqq 0$ 이므로 $-1\leqq x\leqq 3$ 이다.
>
> 그러므로 $x^4+x^3+x^2+x+1$ 을 어떤 자연수의 제곱이 되게 하는 자연수 x 의 개수는 $\boxed{\text{(나)}}$ 개이다.

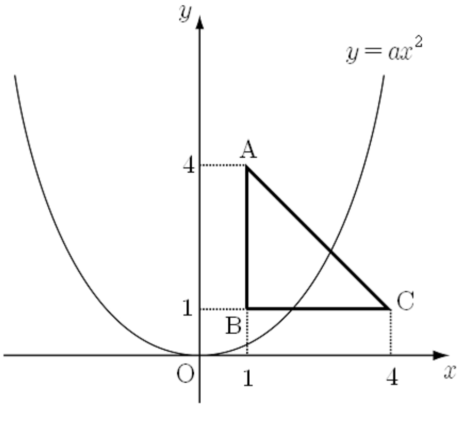
위의 과정에서 (가), (나) 에 알맞은 것은? [4 점]

	(가)	(나)
①	$2x^2+1$	1
②	$2x^2+2x$	1
③	$2x^2+x$	1
④	$2x^2+2x$	2
⑤	$2x^2+x$	2

17. $\frac{1}{4}<x<1$ 일 때, $\sqrt{4x+1-4\sqrt{x}}+|\sqrt{x}-1|$ 을 간단히 하면? [3 점]

① $\sqrt{x}$ ② $2\sqrt{x}$ ③ $3\sqrt{x}-2$
④ $4\sqrt{x}+1$ ⑤ $5\sqrt{x}+2$

18. 좌표평면에 $\mathrm{A}(1,4)$, $\mathrm{B}(1,1)$, $\mathrm{C}(4,1)$ 을 꼭지점으로 하는 삼각형 ABC 가 있다. 이차함수 $y=ax^2$ 의 그래프와 삼각형 ABC 의 교점의 개수를 $F(a)$ 라고 할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4 점]

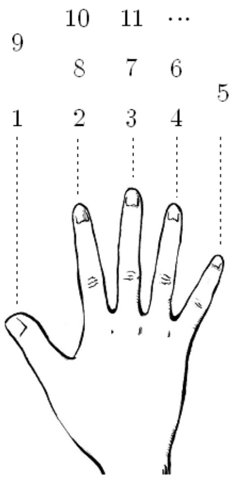


<보 기>

ㄱ. $F(3)=2$
ㄴ. $a>4$ 이면 $F(a)=0$ 이다.
ㄷ. $\frac{1}{16}\leqq a\leqq 4$ 이면 $F(a)=2$ 이다.

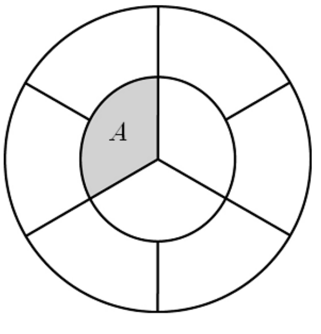
① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19. 그림과 같이 오른손을 바닥에 놓고 엄지 1, 검지 2, 중지 3, 약지 4, 새끼손가락 5, 약지 6, 중지 7, 검지 8, 엄지 9, 검지 10, ⋯ 의 규칙으로 계속 세어 나갈 때, 1000 에 해당하는 손가락은? [3 점]



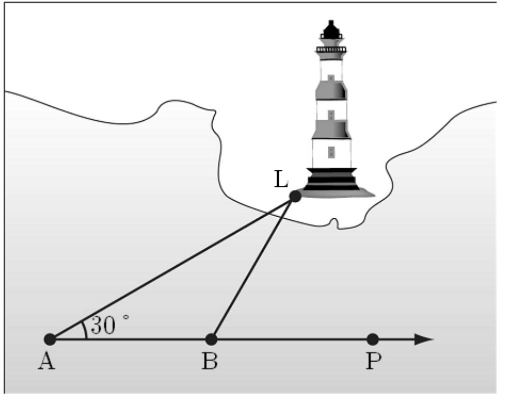
① 엄지 ② 검지 ③ 중지 ④ 약지 ⑤ 새끼손가락

20. 9개의 영역으로 구분된 원에 서로 다른 세 가지 색 A, B, C를 칠하려고 한다. 그림과 같이 어두운 부분에 색 A를 칠할 때, 9개의 영역을 구분하기 위하여 이웃하고 있는 영역을 서로 다른 색으로 칠하는 방법의 수는? (단, 같은 색은 여러 번 사용할 수 있고, 한 영역에는 한 가지 색을 칠한다.) [4 점]



① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

21. 선원들은 항해하는 배와 등대 사이의 거리를 측정하는 방법 중 각을 두 배로 하여 측정하는 방법을 쓰고 있다.
그림과 같이 시속 $10km$의 속도로 지점 A에서 지점 P를 향해 일직선으로 항해하는 배가 지점 B까지 2시간 동안 항해하여 $2\angle LAP = \angle LBP$가 되었다. $\angle LAP = 30°$일 때, 지점 A에서 등대 L까지의 거리는? [4 점]



① $15\sqrt{2}\,km$ ② $15\sqrt{3}\,km$ ③ $20\sqrt{2}\,km$ ④ $20\sqrt{3}\,km$ ⑤ $25\sqrt{2}\,km$

단답형(22～30)

22. $1.5 < \sqrt{x} < 4.5$를 만족하는 자연수 x의 개수를 구하시오. [3 점]

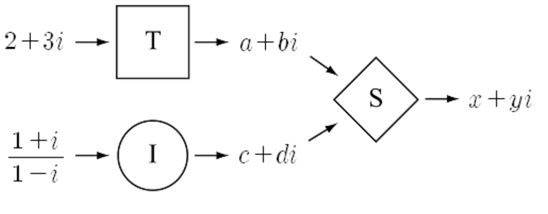
23. 실수 x, y가 $(x+i)^2+(2+3i)^2 = y+26i$를 만족할 때, $x+y$의 값을 구하시오. (단, $i=\sqrt{-1}$) [3 점]

24. 다항식 $f(x)$ 를 $(x-1)(x-2)(x-3)$ 으로 나누었을 때의 나머지는 x^2+x+1 이다. 다항식 $f(6x)$ 를 $6x^2-5x+1$ 로 나누었을 때의 나머지를 $ax+b$ 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. [3 점]

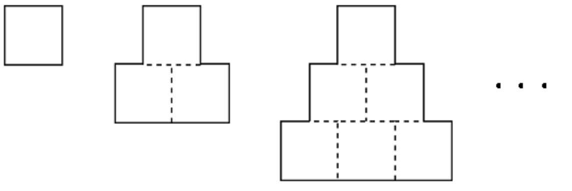
25. 표는 연산장치에 대한 설명이다.

연산장치	설 명
$z \rightarrow \boxed{\mathrm{T}} \rightarrow \bar{z}$	복소수 z 를 입력하면 $\bar{z}$ 가 출력 (단, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수)
$z \rightarrow \mathrm{I} \rightarrow \frac{1}{z}$	0 이 아닌 복소수 z 를 입력하면 $\frac{1}{z}$ 이 출력
$z_1, z_2 \rightarrow \mathrm{S} \rightarrow z_1+z_2$	복소수 z_1, z_2 를 입력하면 z_1+z_2 가 출력

다음과 같이 연결된 연산 장치에 복소수 $2+3i$ 와 $\dfrac{1+i}{1-i}$ 를 입력하여 최종 출력되는 값을 $x+yi$ 라 할 때, x^2+y^2 의 값을 구하시오. (단, x, y 는 실수, $i=\sqrt{-1}$) [3 점]



26. 한 변의 길이가 1 인 정사각형을 그림과 같이 겹치지 않게 빈틈없이 계속 붙여 나간다. 가장 아랫부분의 정사각형이 50 개가 되었을 때, 실선으로 이루어진 도형의 둘레의 길이를 구하시오. [4 점]



[그림 1] [그림 2] [그림 3]

27. 어느 고등학교의 학년별 학생 수는 같다. 1 학년 여학생 수는 2 학년 남학생 수와 같고, 3 학년 여학생 수는 전체 여학생 수의 $\dfrac{2}{5}$ 이다. 3 학년 여학생 수가 전체 학생수의 $\dfrac{b}{a}$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, a 와 b 는 서로소인 자연수) [4 점]

28. 서로소인 두 자연수 m, n $(m>n)$에 대하여 유리수 $\frac{m}{n}$을 다음과 같이 나타낼 수 있으며

$$\frac{m}{n}=a_0+\cfrac{1}{a_1+\cfrac{1}{a_2+\cfrac{1}{a_3+\ddots+\cfrac{1}{a_n+\cfrac{1}{1}}}}}$$

이를 기호로 $<a_0\,;\,a_1, a_2, a_3, \cdots, a_n, 1>$ 으로 나타내기로 하자. (단, a_0, a_1, $\cdots$, a_n 은 자연수)

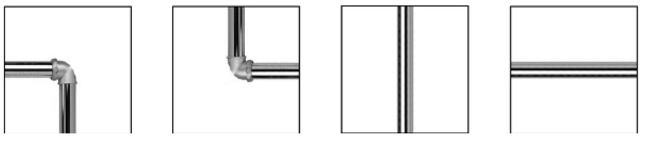
이와 같은 방법으로 $\frac{165}{98}$ 를 기호로 나타내면 $<1\,;a, b, c, d, 1>$ 가 된다. 이 때, $a+b+c+d$ 의 값을 구하시오. [3 점]

29. 집합 $A=\{x\,|\,-4\leqq x\leqq 4,\ x\text{는 정수}\}$의 부분집합 중에서 임의로 하나를 택할 때, 그 부분집합이 집합 $B=\{1, 2, 3, 4\}$와 서로소일 확률은 $\frac{b}{a}$ 이다. 이 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b는 서로소인 자연수) [4 점]

30. [그림 1]은 두 종류의 파이프이다.

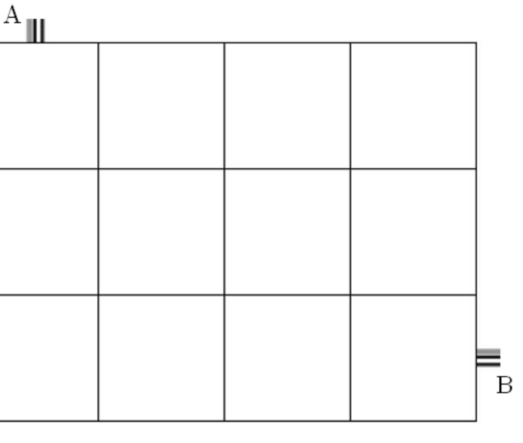
[그림 1]

[그림 1]의 파이프를 사용하여 [그림 2]와 같이 네 가지 방법으로만 배치한다.



[그림 2]

아래 그림에서 가장 작은 정사각형에 [그림 2]의 방법을 이용하여 A 지점에서 B 지점까지 연결할 수 있는 방법의 수를 구하시오. (단, 같은 종류의 파이프를 여러 번 사용할 수 있다.) [4 점]



* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.