

제 2 교시

수 리 영 역

'나'형

성명

수험번호

1

- 먼저 수험생이 선택한 응시 유형의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지에 성명과 수험 번호를 정확히 기입하십시오.
- 답안지에 수험 번호, 응시 유형 및 답을 표기할 때는 반드시 '수험생이 지켜야 할 일'에 따라 표기하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 0이 포함된 경우, 0을 OMR 답안지에 반드시 표기해야 합니다.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

1. $12^3 \times 2^{-4} \div 3^2$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 12 ⑤ 24

2. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $AB(A+B)$ 는? [2점]

- ① $\begin{pmatrix} -1 & 6 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ ② $\begin{pmatrix} -1 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ ③ $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$
- ④ $\begin{pmatrix} 1 & 6 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ ⑤ $\begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$

3. $\log_a 64 = 0.6$ 일 때, \sqrt{a} 의 값은? [2점]

- ① $8\sqrt{2}$ ② 16 ③ $16\sqrt{2}$ ④ 32 ⑤ $32\sqrt{2}$

4. 다음과 같이 네 개의 행렬이 있다.

$(0 \ 9)$,	$\begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}$,	$(1 \ -2 \ 3)$,	$\begin{pmatrix} 9 & 2 & 0 \\ 3 & -1 & 5 \end{pmatrix}$
-------------	--	------------------	---

이들 중 두 행렬을 곱하여 만들 수 있는 서로 다른 행렬의 개수는? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

5. 상용로그 $\log 20$ 의 가수를 α , $\log 300$ 의 가수를 β 라 할 때, 다음 중 $\log 1200$ 의 가수를 α, β 로 나타낸 것은? [3점]

- ① $\alpha + \beta - 1$ ② $\alpha + 2\beta - 1$
- ③ $2\alpha + \beta - 1$ ④ $2\alpha + 2\beta - 1$
- ⑤ $2\alpha + 3\beta - 2$

6. 역행렬이 존재하는 두 이차정사각행렬 A, B 에 대하여 옳은 것을 <보기>에서 모두 고른 것은? (단, E 는 단위행렬, O 는 영행렬이다.) [3점]

< 보 기 >

ㄱ. $A(A^{-1} - B^{-1})B = B - A$
 ㄴ. $A^2 - A + E = O$ 이면 $A^{-1} = E - A$
 ㄷ. $AB^2 = E$ 이면 $B^{-1}A^{-1} = B$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

7. 행렬 $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 의 역행렬이 $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$ 일 때, 두 직선

$$ax + by = 4, cx + dy = -2$$

의 교점의 좌표는? [3점]

- ① (1, 2) ② (1, 4) ③ (2, 2)
- ④ (2, 4) ⑤ (2, 6)

8. 양의 실수 a 와 2이상의 정수 n 에 대하여 항상 옳은 것을 <보기>에서 모두 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

ㄱ. $\sqrt[n]{a^{2n}} = a^2$
 ㄴ. $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{a}$
 ㄷ. $\sqrt[n]{a} \div \sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{a}$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

9. <표1>은 두 식당 P, Q에서 판매하는 자장면과 짬뽕의 가격이고, <표2>는 은주의 가족과 선희의 가족이 주문하려고 하는 자장면과 짬뽕의 수이다.

	메뉴	자장면	짬뽕
식당			
P		3500	4000
Q		3000	4500
	가족	은주	선희
메뉴			
자장면		6	3
짬뽕		4	5

<표1>과 <표2>를 각각 행렬

$$A = \begin{pmatrix} 3500 & 4000 \\ 3000 & 4500 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$$

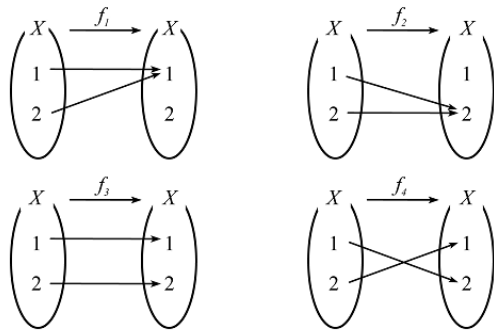
로 나타낸다. 이때, 선희의 가족이 P 식당에 주문할 경우에 지불해야 할 금액을 나타낸 것은? [3점]

- ① 행렬 AB의 (1, 2) 성분
- ② 행렬 AB의 (2, 1) 성분
- ③ 행렬 AB의 (2, 2) 성분
- ④ 행렬 BA의 (1, 2) 성분
- ⑤ 행렬 BA의 (2, 1) 성분

10. $\log_a 2 = 3, \log_b 4 = 5$ 일 때, $\log_a b$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{3}{5}$
- ② $\frac{5}{6}$
- ③ $\frac{6}{5}$
- ④ $\frac{4}{3}$
- ⑤ $\frac{5}{2}$

11. 집합 $X = \{1, 2\}$ 일 때, X에서 X로의 함수 f_1, f_2, f_3, f_4 는 다음과 같다.



함수 f_n (단, $n = 1, 2, 3, 4$)에 대하여 이차정사각행렬 A_n 의 (i, j) 성분 a_{ij} 를

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & (f_n(i) = j \text{ 일 때}) \\ 0 & (f_n(i) \neq j \text{ 일 때}) \end{cases}$$

로 정의할 때, 옳은 것을 <보기>에서 모두 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

ㄱ. $A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$	ㄴ. $A_2 A_3 = A_4$	ㄷ. $A_2^{10} = A_2$
---	--------------------	---------------------

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ
- ⑤ ㄴ, ㄷ

12. $|\sqrt{2} - \sqrt[3]{3}| + |\sqrt[3]{3} - \sqrt[4]{5}| + |\sqrt[4]{5} - \sqrt{2}|$ 를 간단히 하면?

[4점]

- ① 0
- ② $2\sqrt[3]{3}$
- ③ $2(\sqrt[4]{5} - \sqrt{2})$
- ④ $2(\sqrt[3]{3} - \sqrt{2})$
- ⑤ $2(\sqrt[3]{3} - \sqrt[4]{5})$

13 어느 공장에서 같은 제품을 만드는 기계 P, Q를 가동하여 120 개의 제품을 생산하려고 한다. P기계 1대와 Q기계 1대를 동시에 가동하면 40 일이 걸리고, P기계 2대와 Q기계 3대를 동시에 가동하면 15 일이 걸린다고 한다.

기계 P, Q가 하루에 생산하는 제품의 개수를 각각 p, q 라 할 때, 등식

$$\begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & -1 \\ -2 & b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 8 \end{pmatrix}$$

이 성립한다. 이때, 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은? [4점]

(단, p, q 는 자연수이다.)

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

14 이차정사각행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 다음 중 행렬

$A + A^2 + A^3 + \dots + A^{365}$ 과 같은 것은? (단, E 는 단위행렬이다.) [4점]

- ① E ② $-E$ ③ A
 ④ $A-E$ ⑤ $A+E$

15 다음은 임의의 양수 x 에 대하여 $\log x$ 의 지표와 $\log \sqrt{10}x$ 의 지표의 합이 $\log x^2$ 의 지표와 같음을 보인 것이다.

$\log x = n + \alpha$ (n 은 정수, $0 \leq \alpha < 1$)라 하면

$$\log \sqrt{10}x = \boxed{\text{(가)}}, \quad \log x^2 = 2n + 2\alpha$$

이다.

(i) $0 \leq \alpha < \frac{1}{2}$ 이면

$$\log x \text{의 지표와 } \log \sqrt{10}x \text{의 지표의 합은 } \boxed{\text{(나)}}$$

이고, 이것은 $\log x^2$ 의 지표와 같다.

(ii) $\frac{1}{2} \leq \alpha < 1$ 이면

$$\log x \text{의 지표와 } \log \sqrt{10}x \text{의 지표의 합은 } \boxed{\text{(다)}}$$

이고, 이것은 $\log x^2$ 의 지표와 같다.

따라서 (i), (ii)에 의해 $\log x$ 의 지표와 $\log \sqrt{10}x$ 의 지표의 합은 $\log x^2$ 의 지표와 같다.

위의 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [3점]

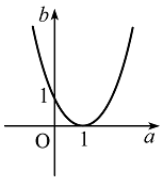
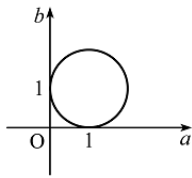
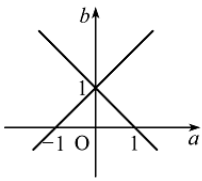
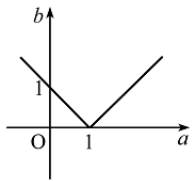
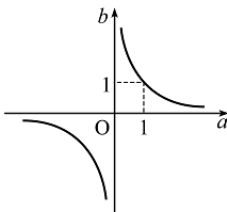
	(가)	(나)	(다)
①	$n + \alpha + \frac{1}{2}$	$2n$	$2n$
②	$n + \alpha + \frac{1}{2}$	$2n$	$2n + 1$
③	$n + \alpha + \frac{1}{2}$	$2n + 1$	$2n + 1$
④	$n + \alpha + 1$	$2n$	$2n + 2$
⑤	$n + \alpha + 1$	$2n + 1$	$2n + 2$

‘나’형

16 x, y 에 대한 연립방정식

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ b & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x-y \\ y \end{pmatrix}$$

가 $x=0, y=0$ 이외의 해를 가질 때, 점 (a, b) 가 그리는 도형을 좌표평면 위에 나타낸 것은? (단, a, b 는 실수이다.) [4점]

- ① 
- ② 
- ③ 
- ④ 
- ⑤ 

17 양의 실수 A 에 대하여 상용로그 $\log \frac{1}{A}$ 의 지표와 가수가 이차방정식 $3x^2 - 5x + 2 = 0$ 의 두 근일 때, $\log A$ 의 가수는? [3점]

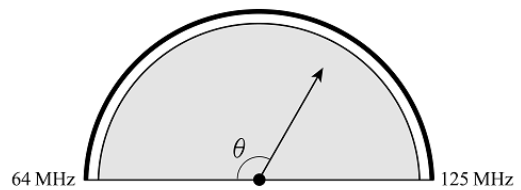
- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{5}$

18 다음 두 조건을 만족하는 정수 N 의 개수는? [4점]

- (가) $10 \leq N \leq 100$
 (나) 음이 아닌 정수 a, b 에 대하여 $\log N = a \log 2 + b \log 3 + 1$ 이다.

- ① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

19 그림과 같이 64 MHz에서 125 MHz까지의 주파수를 나타내는 반원 모양의 어떤 계기판이 있다. 64 MHz를 가리키던 바늘이 시계방향으로 θ (라디안)만큼 회전했을 때 가리키는 주파수를 f MHz라 하면 $f = ka^\theta$ (k, a 는 상수, $0 \leq \theta \leq \pi$)인 관계가 성립한다.



$\theta = \frac{2}{3}\pi$ 일 때, 바늘이 가리키는 주파수는? [4점]

- ① 96 MHz ② 98 MHz ③ 100 MHz
 ④ 102 MHz ⑤ 104 MHz

20 이차방정식 $x^2+px+q=0$ 의 두 실근 α, β 에 대하여
 $\log_2(\alpha+\beta)=\log_2\alpha+\log_2\beta-1$
 이 성립할 때, $q-p$ 의 최소값은? (단, p, q 는 실수이다.) [4점]
 ① 18 ② 24 ③ 30 ④ 36 ⑤ 42

21 어떤 박테리아의 개체 수는 매 시간 $r\%$ 씩 일정하게 증가하여
 n 시간 후에는 처음의 $\left(1+\frac{r}{100}\right)^n$ 배가 된다고 한다. 이 박테리아의
 개체 수가 매 시간 16% 씩 일정하게 증가할 때, 20 시간 후에는
 처음의 몇 배가 되는지 다음 상용로그표를 이용하여 구한 것은?

[4점]

수	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	.0000	.0043	.0086	.0128	.0170	.0212	.0253	.0294	.0334	.0374
1.1	.0414	.0453	.0492	.0531	.0569	.0607	.0645	.0682	.0719	.0755
1.2	.0792	.0828	.0864	.0899	.0934	.0969	.1004	.1038	.1072	.1106
1.3	.1139	.1173	.1206	.1239	.1271	.1303	.1335	.1367	.1399	.1430
1.4	.1461	.1492	.1523	.1553	.1584	.1614	.1644	.1673	.1703	.1732
1.5	.1761	.1790	.1818	.1847	.1875	.1903	.1931	.1959	.1987	.2014
1.6	.2041	.2068	.2095	.2122	.2148	.2175	.2201	.2227	.2253	.2279
1.7	.2304	.2330	.2355	.2380	.2405	.2430	.2455	.2480	.2504	.2529
1.8	.2553	.2577	.2601	.2625	.2648	.2672	.2695	.2718	.2742	.2765
1.9	.2788	.2810	.2833	.2856	.2878	.2900	.2923	.2945	.2967	.2989

- ① 15.5 배 ② 16.5 배 ③ 17.5 배
 ④ 18.5 배 ⑤ 19.5 배

단답형(22 ~ 30)

22 $x^{\frac{3}{2}}+y^{\frac{3}{2}}=12, xy=9$ 일 때, x^3+y^3 의 값을 구하시오. [3점]

23 두 행렬 $A=\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -5 & 12 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 에 대하여
 $(A-E)B=E$
 가 성립할 때, 상수 a, d 의 합 $a+d$ 의 값을 구하시오.
 (단, E 는 단위행렬이다.) [3점]

24 $\sqrt[4]{4^n}$ 이 정수가 되도록 하는 100 이하의 자연수 n 의 개수를 구하시오. [3점]

25 역행렬이 존재하는 두 이차정사각행렬 A, B 에 대하여

$$A \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} = B$$

가 성립할 때, 행렬 $A^{-1}B + B^{-1}A$ 의 모든 성분의 합을 구하시오. [3점]

26 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ x & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & y \end{pmatrix}$ 에 대하여

$$(A+B)^2 = A^2 + B^2$$

이 성립하도록 실수 x, y 를 정할 때, $x^2 + y^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

27 자연수 $n = 2^3 \times 3^4$ 의 모든 양의 약수의 곱을 M 이라 할 때, $\log_n M$ 의 값을 구하시오. [4점]

28 $\log_x(8-x-y)$ 가 정의되기 위한 자연수 x, y 의 순서쌍 (x, y) 의 개수를 구하시오. [3점]

29 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & b-10 \\ a-10 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여

$A+B=O$ 가 성립한다.

이때, $A^2=kE$ 를 만족하는 실수 k 의 최대값을 구하시오.

(단, a 와 b 는 실수, E 는 단위행렬, O 는 영행렬이다.) [4점]

30 그림과 같이 한 변의 길이가 90인 정사각형을 네 개의 직사각형으로 나누었더니 각각의 넓이는

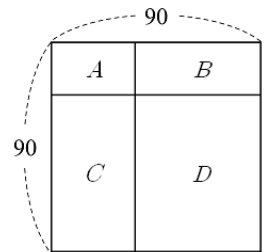
$$A = 2^a 3^b$$

$$B = 2^{a-1} 3^{b+1}$$

$$C = 2^{2a-1} 3^b$$

$$D = 2^{a+1} 3^{b+1}$$

이다. 이때, 넓이 A 의 값을 구하시오.
(단, a, b 는 정수이다.) [4점]



※ 확인 사항

문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.