

제 2 교시

수학 영역 (가형)

5지선다형

1. $\log_3 9$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. $(2^3 \times 2)^{\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

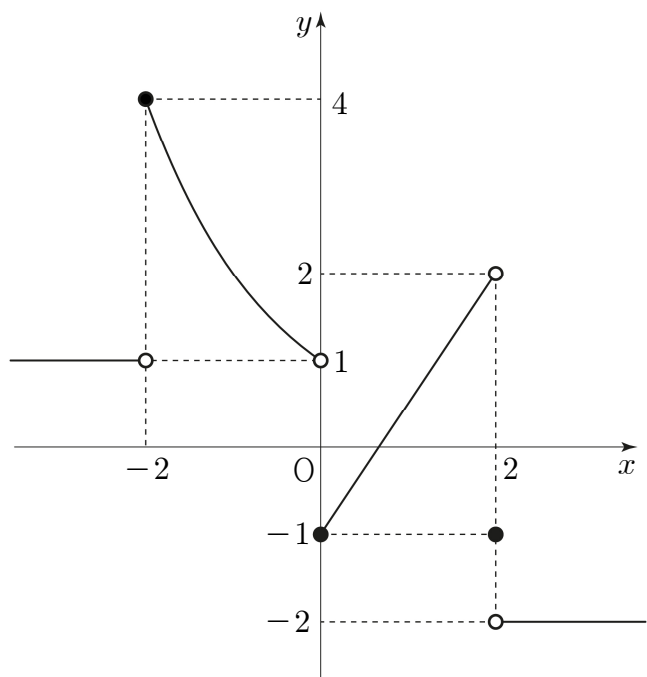
3. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+2)}{x-1}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 반지름의 길이가 4, 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{6}$ 인 부채꼴의 호의 길이는? [3점]

- ① $\frac{\pi}{3}$ ② $\frac{\pi}{2}$ ③ $\frac{2}{3}\pi$ ④ $\frac{5}{6}\pi$ ⑤ π

5. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -2+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2-} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

6. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{n=1}^{10} (2a_n - b_n) = 7, \quad \sum_{n=1}^{10} (a_n + b_n) = 5$$

일 때, $\sum_{n=1}^{10} (a_n - 2b_n)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 반지름의 길이가 5인 원에 내접하는 삼각형 ABC 에 대하여

$\angle BAC = \frac{\pi}{4}$ 일 때, 선분 BC 의 길이는? [3점]

- ① $3\sqrt{2}$ ② $\frac{7\sqrt{2}}{2}$ ③ $4\sqrt{2}$ ④ $\frac{9\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

8. $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 이고 $\tan \theta = \frac{3}{4}$ 일 때,
 $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) + 2\sin(\pi - \theta)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{6}{5}$ ② $\frac{7}{5}$ ③ $\frac{8}{5}$ ④ $\frac{9}{5}$ ⑤ 2

9. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$a_1 = 6, \ a_{n+1} = a_n + 3^n \ (n = 1, 2, 3, \cdots)$

일 때, a_4 의 값은? [3점]

- ① 39 ② 42 ③ 45 ④ 48 ⑤ 51

10. $-3 \leq x \leq 3$ 에서 함수 $f(x) = \log_2(x^2 - 4x + 20)$ 의
최솟값은? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

11. 두 곡선 $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$, $y = \left(\frac{1}{9}\right)^x$ 이 직선 $y = 9$ 와 만나는 점을

각각 A, B 라 할 때, 삼각형 OAB 의 넓이는?

(단, O 는 원점이다.) [3점]

- ① $\frac{9}{2}$ ② 5 ③ $\frac{11}{2}$ ④ 6 ⑤ $\frac{13}{2}$

12. 다항함수 $f(x)$ 가

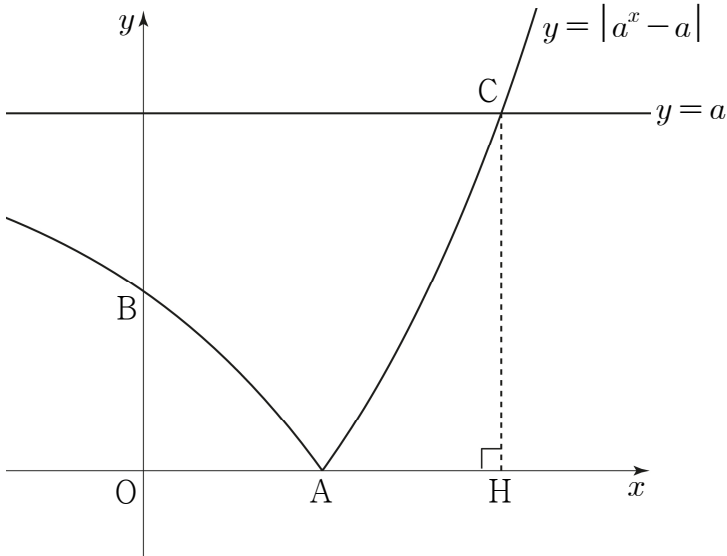
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - 3x^2}{x} = 10, \quad \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 20$$

을 만족시킬 때, $f(0)$ 의 값은? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

13. 상수 $a(a > 1)$ 에 대하여 함수 $y = |a^x - a|$ 의 그래프가 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 A, B, 직선 $y = a$ 와 만나는 점을 C라 하고, 점 C에서 x 축에 내린 수선의 발을 H라 하자. $\overline{AH} = 1$ 일 때, 선분 BC의 길이는? [3점]

- ① 2 ② $\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{6}$ ④ $\sqrt{7}$ ⑤ $2\sqrt{2}$



14. 첫째항과 공차가 모두 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 세 항 a_2, a_5, a_{14} 가 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, $\frac{a_{23}}{a_3}$ 의 값은? [4점]

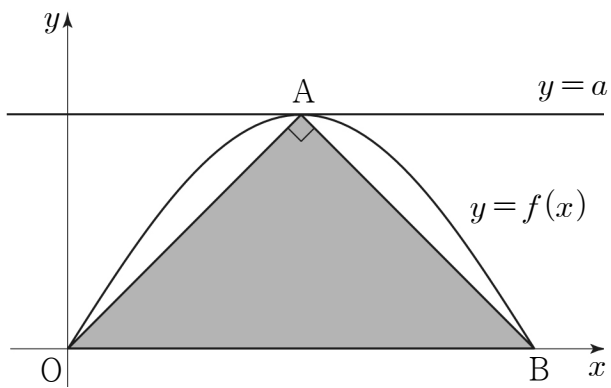
- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

15. 그림과 같이 두 양수 a, b 에 대하여 함수

$$f(x) = a \sin bx \quad \left(0 \leq x \leq \frac{\pi}{b}\right)$$

의 그래프가 직선 $y=a$ 와 만나는 점을 A, x 축과 만나는 점 중에서 원점이 아닌 점을 B라 하자.

$\angle OAB = \frac{\pi}{2}$ 인 삼각형 OAB의 넓이가 4일 때, $a+b$ 의 값은?
(단, O는 원점이다.) [4점]



- ① $1 + \frac{\pi}{6}$ ② $2 + \frac{\pi}{6}$ ③ $2 + \frac{\pi}{4}$
 ④ $3 + \frac{\pi}{4}$ ⑤ $3 + \frac{\pi}{3}$

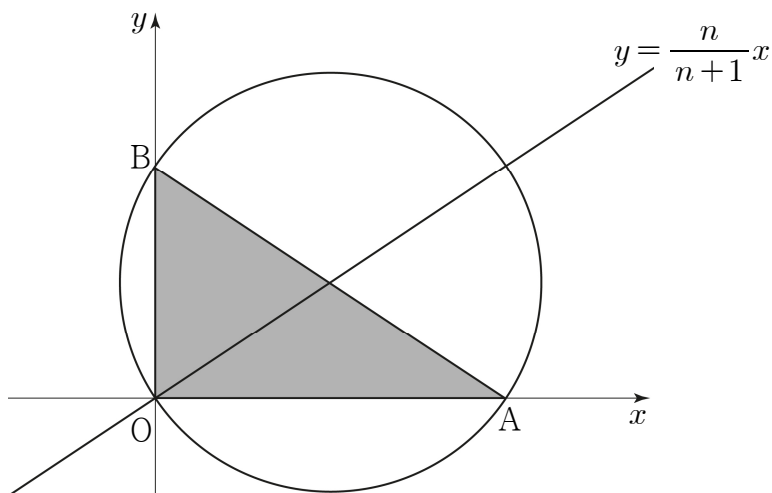
16. 자연수 n 에 대하여 $0 < x < n\pi$ 일 때,

방정식 $\sin x = \frac{3}{n}$ 의 모든 실근의 개수를 a_n 이라 하자.

$\sum_{n=1}^7 a_n$ 의 값은? [4점]

- ① 26 ② 27 ③ 28 ④ 29 ⑤ 30

17. 그림과 같이 자연수 n 에 대하여 중심이 직선 $y = \frac{n}{n+1}x$ 위에 있는 원이 원점을 지난다. 이 원이 x 축과 만나는 점 중에서 x 좌표가 양수인 점을 A, y 축과 만나는 점 중에서 y 좌표가 양수인 점을 B라 하자.
 $\overline{OB} = 2n$ 이고 삼각형 OAB의 넓이를 S_n 이라 할 때,
 $\sum_{n=1}^{10} \frac{1}{S_n}$ 의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]



- ① $\frac{5}{11}$ ② $\frac{6}{11}$ ③ $\frac{7}{11}$ ④ $\frac{8}{11}$ ⑤ $\frac{9}{11}$

18. 일반항이 $a_n = n^2$ 인 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.
 다음은 모든 자연수 n 에 대하여

$$(n+1)S_n - \sum_{k=1}^n S_k = \sum_{k=1}^n k^3 \quad \dots\dots (*)$$

이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

- (i) $n = 1$ 일 때,
 (좌변) $= 2S_1 - S_1 = 1$, (우변) $= 1$ 이므로
 (*)이 성립한다.
 (ii) $n = m$ 일 때 (*)이 성립한다고 가정하면
 $(m+1)S_m - \sum_{k=1}^m S_k = \sum_{k=1}^m k^3$ 이다.
 $n = m+1$ 일 때 (*)이 성립함을 보이자.
 $(m+2)S_{m+1} - \sum_{k=1}^{m+1} S_k$
 $= \boxed{(가)} S_{m+1} - \sum_{k=1}^m S_k$
 $= \boxed{(가)} S_m + \boxed{(나)} - \sum_{k=1}^m S_k$
 $= \sum_{k=1}^{m+1} k^3$ 이다.

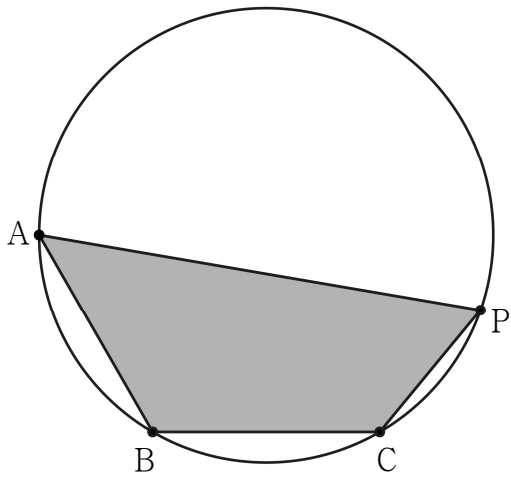
따라서 $n = m+1$ 일 때도 (*)이 성립한다.
 (i), (ii)에 의하여 주어진 식은 모든 자연수 n 에 대하여 성립한다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(m)$, $g(m)$ 이라 할 때,
 $f(2) + g(1)$ 의 값은? [4점]

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

19. 반지름의 길이가 3인 원의 둘레를 6등분하는 점 중에서 연속된 세 개의 점을 각각 A, B, C 라 하자.
점 B를 포함하지 않는 호 AC 위의 점 P에 대하여 $\overline{AP} + \overline{CP} = 8$ 이다. 사각형 ABCP의 넓이는? [4점]

- ① $\frac{13\sqrt{3}}{3}$ ② $\frac{16\sqrt{3}}{3}$ ③ $\frac{19\sqrt{3}}{3}$
④ $\frac{22\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $\frac{25\sqrt{3}}{3}$



20. 두 수 2와 4 사이에 n 개의 수 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 을 넣어 만든 $(n+2)$ 개의 수 $2, a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, 4$ 가 이 순서대로 등차수열을 이룬다.
집합 $A_n = \{2, a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, 4\}$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?
(단, n 은 자연수이다.) [4점]

————— <보 기> —————

- ㄱ. n 이 홀수이면 $3 \in A_n$
ㄴ. 모든 자연수 n 에 대하여 $A_n \subset A_{2n+1}$
ㄷ. 집합 $A_{2n+1} - A_n$ 의 모든 원소의 합을 S_n 이라 할 때,
 $S_6 + S_{13} = 63$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 공차가 양수인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킬 때, a_{14} 의 값은? [4점]

(가) $\sum_{n=1}^{2m-1} a_n = 0$ 을 만족시키는 자연수 m 이 존재한다.

(나) $2\sum_{n=1}^{15} a_n = \sum_{n=1}^{15} |a_n| = 90$

- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

단 답 형

22. $8\sin\frac{\pi}{6} + \tan\frac{\pi}{4}$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. $\log 20 + \log 5$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 방정식 $3^x - 3^{4-x} = 24$ 를 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

26. 첫째항과 공비가 모두 자연수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$5 \leq a_2 \leq 6$, $42 \leq a_4 \leq 96$ 일 때, $\sum_{n=1}^5 a_n$ 의 값을 구하시오.

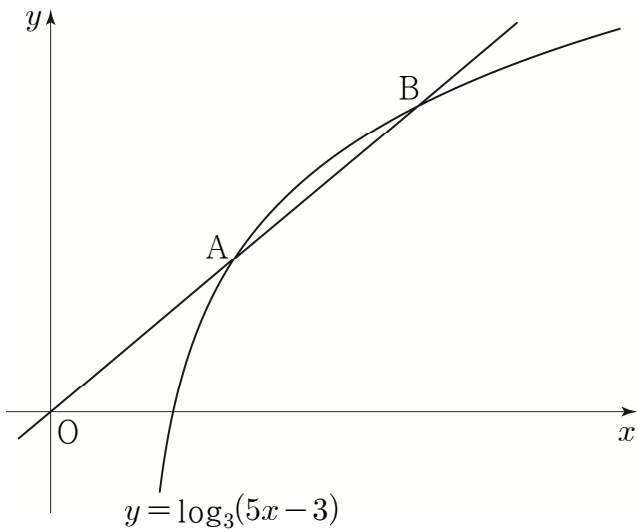
[4점]

25. 모든 실수 x 에 대하여 $\sqrt[3]{-x^2 + 2ax - 6a}$ 가 음수가 되도록 하는 모든 자연수 a 의 값의 합을 구하시오. [3점]

27. 곡선 $y = \log_3(5x - 3)$ 위의 서로 다른 두 점 A, B가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 세 점 O, A, B는 한 직선 위에 있다.
(나) $\overline{OA} : \overline{OB} = 1 : 2$

직선 AB의 기울기가 $\frac{q}{p}$ 일 때, $p + q$ 의 값을 구하시오.
(단, O는 원점이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



28. 방정식

$$\frac{2}{\sqrt{3}} \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - \frac{7}{8} = 0$$

의 모든 실근의 합이 $\frac{q}{p}\pi$ 일 때, $p + q$ 의 값을 구하시오.
(단, $0 \leq x \leq 2\pi$ 이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

29. 직선 $y = x + n - 2^n$ 이 두 함수 $y = \log_2 x$, $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ 의 그래프와 제1사분면에서 만나는 점을 각각 A, B 라 하면, 점 A 의 좌표는 $(2^n, n)$ 이다. $1 < \frac{\overline{AB}}{\sqrt{2}} < 10$ 을 만족시키는 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하시오. [4점]

30. 실수 k 와 함수

$$f(x) = \begin{cases} 2^{x-2} & (x < 2) \\ 2^{-x+2} & (x \geq 2) \end{cases}$$

- 에 대하여 함수 $g(x)$ 를 $g(x) = |f(x) - k| + k$ 라 하자.
 직선 $y = 2k$ 와 함수 $y = g(x)$ 의 그래프가 만나는 점의 개수를 $h(k)$ 라 할 때, $\lim_{k \rightarrow \frac{1}{4}-} \left\{ h(k)h\left(k + \frac{1}{4}\right) \right\}$ 의 값을 구하시오.

[4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.