

제 2 교시

수학 영역 (가형)

5지선다형

1.  $\log_3 9$ 의 값은? [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

2.  $(2^3 \times 2)^{\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

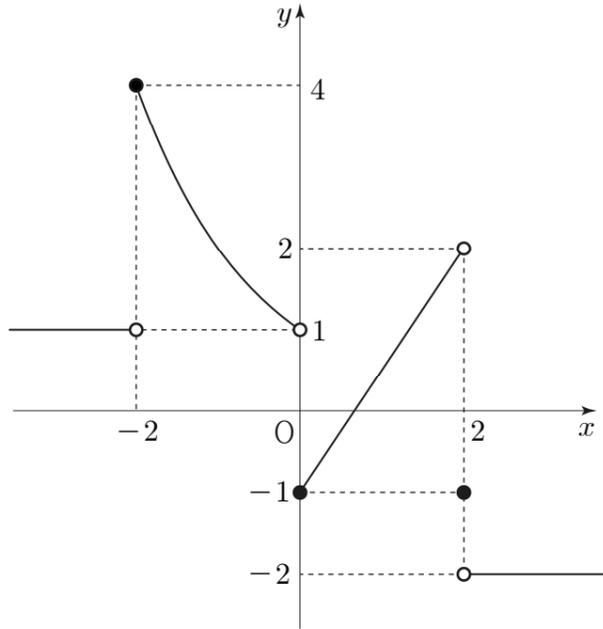
3.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+2)}{x-1}$ 의 값은? [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

4. 반지름의 길이가 4, 중심각의 크기가  $\frac{\pi}{6}$ 인 부채꼴의 호의 길이는? [3점]

- ①  $\frac{\pi}{3}$       ②  $\frac{\pi}{2}$       ③  $\frac{2}{3}\pi$       ④  $\frac{5}{6}\pi$       ⑤  $\pi$

5. 함수  $y=f(x)$  의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$  의 값은? [3점]

- ① 2      ② 3      ③ 4      ④ 5      ⑤ 6

6. 두 수열  $\{a_n\}, \{b_n\}$  에 대하여

$$\sum_{n=1}^{10} (2a_n - b_n) = 7, \quad \sum_{n=1}^{10} (a_n + b_n) = 5$$

일 때,  $\sum_{n=1}^{10} (a_n - 2b_n)$  의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

7. 반지름의 길이가 5인 원에 내접하는 삼각형 ABC 에 대하여

$\angle BAC = \frac{\pi}{4}$  일 때, 선분 BC 의 길이는? [3점]

- ①  $3\sqrt{2}$     ②  $\frac{7\sqrt{2}}{2}$     ③  $4\sqrt{2}$     ④  $\frac{9\sqrt{2}}{2}$     ⑤  $5\sqrt{2}$

8.  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$  이고  $\tan \theta = \frac{3}{4}$  일 때,

$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) + 2 \sin(\pi - \theta)$  의 값은? [3점]

- ①  $\frac{6}{5}$       ②  $\frac{7}{5}$       ③  $\frac{8}{5}$       ④  $\frac{9}{5}$       ⑤ 2

9. 수열  $\{a_n\}$  에 대하여

$$a_1 = 6, a_{n+1} = a_n + 3^n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

일 때,  $a_4$  의 값은? [3점]

- ① 39      ② 42      ③ 45      ④ 48      ⑤ 51

10.  $-3 \leq x \leq 3$  에서 함수  $f(x) = \log_2(x^2 - 4x + 20)$  의 최솟값은? [3점]

- ① 3      ② 4      ③ 5      ④ 6      ⑤ 7

11. 두 곡선  $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ ,  $y = \left(\frac{1}{9}\right)^x$  이 직선  $y = 9$  와 만나는 점을

각각 A, B 라 할 때, 삼각형 OAB 의 넓이는?

(단, O 는 원점이다.) [3점]

- ①  $\frac{9}{2}$     ② 5    ③  $\frac{11}{2}$     ④ 6    ⑤  $\frac{13}{2}$

12. 다항함수  $f(x)$  가

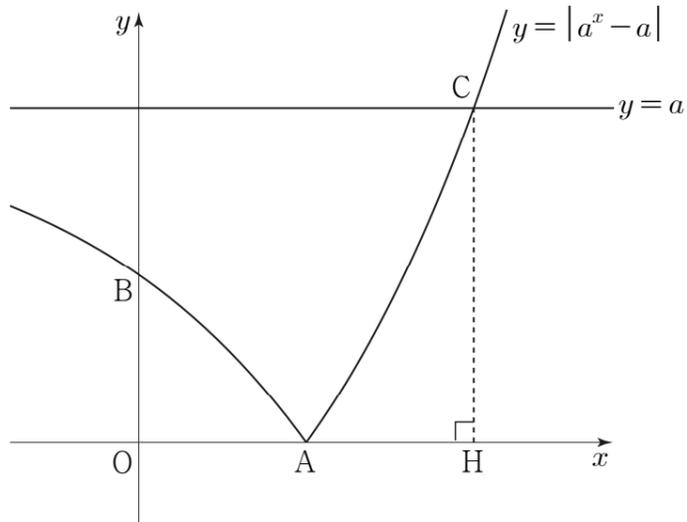
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - 3x^2}{x} = 10, \quad \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 20$$

을 만족시킬 때,  $f(0)$  의 값은? [3점]

- ① 3    ② 4    ③ 5    ④ 6    ⑤ 7

13. 상수  $a (a > 1)$ 에 대하여 함수  $y = |a^x - a|$ 의 그래프가  $x$ 축,  $y$ 축과 만나는 점을 각각 A, B, 직선  $y = a$ 와 만나는 점을 C라 하고, 점 C에서  $x$ 축에 내린 수선의 발을 H라 하자.  $\overline{AH} = 1$ 일 때, 선분 BC의 길이는? [3점]

- ① 2      ②  $\sqrt{5}$       ③  $\sqrt{6}$       ④  $\sqrt{7}$       ⑤  $2\sqrt{2}$



14. 첫째항과 공차가 모두 0이 아닌 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여 세 항  $a_2, a_5, a_{14}$ 가 이 순서대로 등비수열을 이룰 때,

$\frac{a_{23}}{a_3}$ 의 값은? [4점]

- ① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

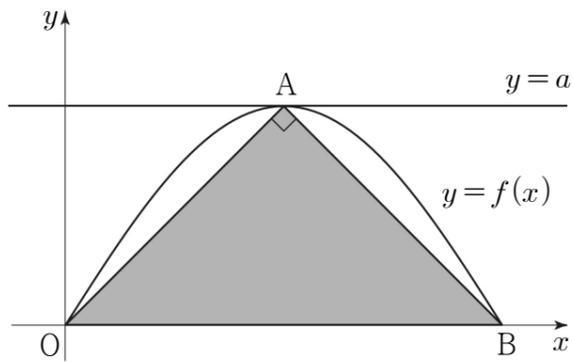
15. 그림과 같이 두 양수  $a, b$ 에 대하여 함수

$$f(x) = a \sin bx \quad \left(0 \leq x \leq \frac{\pi}{b}\right)$$

의 그래프가 직선  $y=a$ 와 만나는 점을 A,  $x$ 축과 만나는 점 중에서 원점이 아닌 점을 B라 하자.

$\angle OAB = \frac{\pi}{2}$ 인 삼각형 OAB의 넓이가 4일 때,  $a+b$ 의 값은?

(단, O는 원점이다.) [4점]



- ①  $1 + \frac{\pi}{6}$       ②  $2 + \frac{\pi}{6}$       ③  $2 + \frac{\pi}{4}$   
 ④  $3 + \frac{\pi}{4}$       ⑤  $3 + \frac{\pi}{3}$

16. 자연수  $n$ 에 대하여  $0 < x < n\pi$ 일 때,

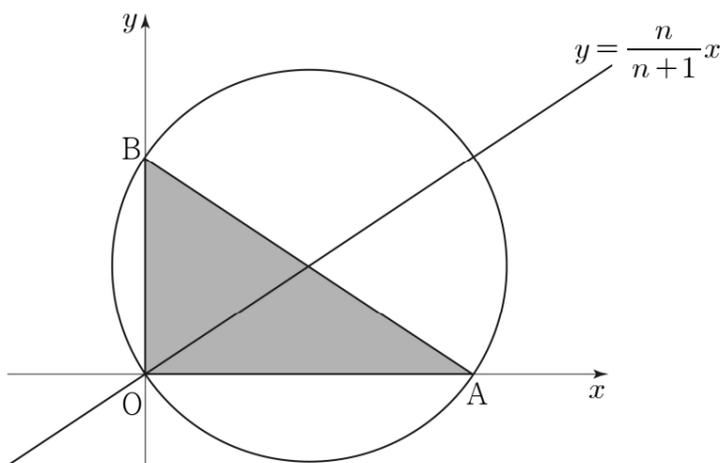
방정식  $\sin x = \frac{3}{n}$ 의 모든 실근의 개수를  $a_n$ 이라 하자.

$\sum_{n=1}^7 a_n$ 의 값은? [4점]

- ① 26      ② 27      ③ 28      ④ 29      ⑤ 30

17. 그림과 같이 자연수  $n$ 에 대하여 중심이 직선  $y = \frac{n}{n+1}x$  위에 있는 원이 원점을 지난다. 이 원이  $x$  축과 만나는 점 중에서  $x$  좌표가 양수인 점을 A,  $y$  축과 만나는 점 중에서  $y$  좌표가 양수인 점을 B라 하자.

$\overline{OB} = 2n$  이고 삼각형 OAB의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\sum_{n=1}^{10} \frac{1}{S_n}$ 의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]



- ①  $\frac{5}{11}$     ②  $\frac{6}{11}$     ③  $\frac{7}{11}$     ④  $\frac{8}{11}$     ⑤  $\frac{9}{11}$

18. 일반항이  $a_n = n^2$ 인 수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$  항까지의 합을  $S_n$ 이라 하자.

다음은 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$(n+1)S_n - \sum_{k=1}^n S_k = \sum_{k=1}^n k^3 \quad \dots\dots (*)$$

이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

(i)  $n = 1$ 일 때,  
 (좌변)  $= 2S_1 - S_1 = 1$ , (우변)  $= 1$  이므로  
 (\*)이 성립한다.

(ii)  $n = m$ 일 때 (\*)이 성립한다고 가정하면

$$(m+1)S_m - \sum_{k=1}^m S_k = \sum_{k=1}^m k^3 \text{ 이다.}$$

$n = m+1$ 일 때 (\*)이 성립함을 보이자.

$$\begin{aligned} & (m+2)S_{m+1} - \sum_{k=1}^{m+1} S_k \\ &= \boxed{(가)} S_{m+1} - \sum_{k=1}^m S_k \\ &= \boxed{(가)} S_m + \boxed{(나)} - \sum_{k=1}^m S_k \\ &= \sum_{k=1}^{m+1} k^3 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

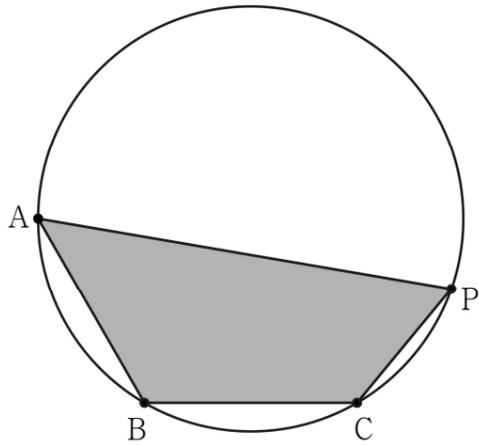
따라서  $n = m+1$ 일 때도 (\*)이 성립한다.  
 (i), (ii)에 의하여 주어진 식은 모든 자연수  $n$ 에 대하여 성립한다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각  $f(m)$ ,  $g(m)$ 이라 할 때,  $f(2) + g(1)$ 의 값은? [4점]

- ① 7    ② 8    ③ 9    ④ 10    ⑤ 11

19. 반지름의 길이가 3인 원의 둘레를 6등분하는 점 중에서 연속된 세 개의 점을 각각 A, B, C 라 하자. 점 B를 포함하지 않는 호 AC 위의 점 P에 대하여  $\overline{AP} + \overline{CP} = 8$ 이다. 사각형 ABCP의 넓이는? [4점]

- ①  $\frac{13\sqrt{3}}{3}$                       ②  $\frac{16\sqrt{3}}{3}$                       ③  $\frac{19\sqrt{3}}{3}$
- ④  $\frac{22\sqrt{3}}{3}$                       ⑤  $\frac{25\sqrt{3}}{3}$



20. 두 수 2와 4 사이에  $n$  개의 수  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  을 넣어 만든  $(n+2)$  개의 수  $2, a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, 4$  가 이 순서대로 등차수열을 이룬다. 집합  $A_n = \{2, a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, 4\}$  에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단,  $n$  은 자연수이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ.  $n$  이 홀수이면  $3 \in A_n$   
 ㄴ. 모든 자연수  $n$  에 대하여  $A_n \subset A_{2n+1}$   
 ㄷ. 집합  $A_{2n+1} - A_n$  의 모든 원소의 합을  $S_n$  이라 할 때,  $S_6 + S_{13} = 63$  이다.

- ① ㄱ                                      ② ㄷ                                      ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ                                  ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 공차가 양수인 등차수열  $\{a_n\}$  이 다음 조건을 만족시킬 때,  $a_{14}$  의 값은? [4점]

<p>(가) <math>\sum_{n=1}^{2m-1} a_n = 0</math> 을 만족시키는 자연수 <math>m</math> 이 존재한다.</p> <p>(나) <math>2 \sum_{n=1}^{15} a_n = \sum_{n=1}^{15}  a_n  = 90</math></p>
---

- ① 6      ② 8      ③ 10      ④ 12      ⑤ 14

단 답 형

22.  $8 \sin \frac{\pi}{6} + \tan \frac{\pi}{4}$  의 값을 구하시오. [3점]

23.  $\log 20 + \log 5$  의 값을 구하시오. [3점]

24. 방정식  $3^x - 3^{4-x} = 24$  를 만족시키는 실수  $x$  의 값을 구하시오. [3점]

25. 모든 실수  $x$  에 대하여  $\sqrt[3]{-x^2 + 2ax - 6a}$  가 음수가 되도록 하는 모든 자연수  $a$  의 값의 합을 구하시오. [3점]

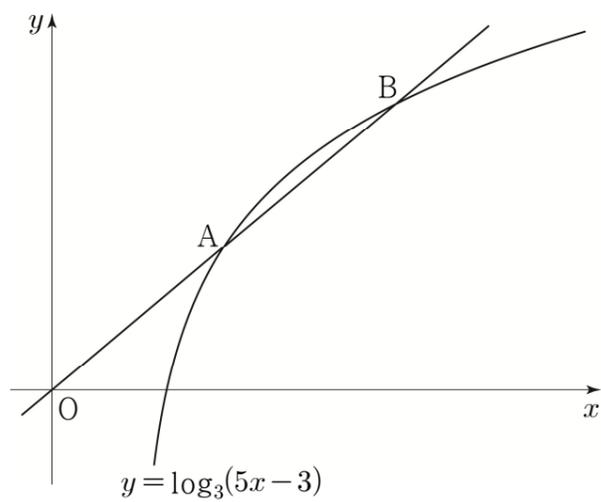
26. 첫째항과 공비가 모두 자연수인 등비수열  $\{a_n\}$  에 대하여  $5 \leq a_2 \leq 6$ ,  $42 \leq a_4 \leq 96$  일 때,  $\sum_{n=1}^5 a_n$  의 값을 구하시오.

[4점]

27. 곡선  $y = \log_3(5x - 3)$  위의 서로 다른 두 점 A, B가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 세 점 O, A, B는 한 직선 위에 있다.
- (나)  $\overline{OA} : \overline{OB} = 1 : 2$

직선 AB의 기울기가  $\frac{q}{p}$ 일 때,  $p+q$ 의 값을 구하시오.  
(단, O는 원점이고,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



28. 방정식

$$\frac{2}{\sqrt{3}} \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - \frac{7}{8} = 0$$

의 모든 실근의 합이  $\frac{q}{p}\pi$ 일 때,  $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단,  $0 \leq x \leq 2\pi$ 이고,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

29. 직선  $y = x + n - 2^n$  이 두 함수  $y = \log_2 x$ ,  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$  의 그래프와 제1사분면에서 만나는 점을 각각 A, B 라 하면, 점 A 의 좌표는  $(2^n, n)$  이다.  $1 < \frac{\overline{AB}}{\sqrt{2}} < 10$  을 만족시키는 모든 자연수  $n$  의 값의 합을 구하시오. [4점]

30. 실수  $k$  와 함수

$$f(x) = \begin{cases} 2^{x-2} & (x < 2) \\ 2^{-x+2} & (x \geq 2) \end{cases}$$

- 에 대하여 함수  $g(x)$  를  $g(x) = |f(x) - k| + k$  라 하자. 직선  $y = 2k$  와 함수  $y = g(x)$  의 그래프가 만나는 점의 개수를  $h(k)$  라 할 때,  $\lim_{k \rightarrow \frac{1}{4}^-} \left\{ h(k)h\left(k + \frac{1}{4}\right) \right\}$  의 값을 구하시오.

[4점]

\* 확인 사항  
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인  
 하시오.