

제 2 교시

수학 영역(나형)

5지선다형

1. $3^3 \div 81^{\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

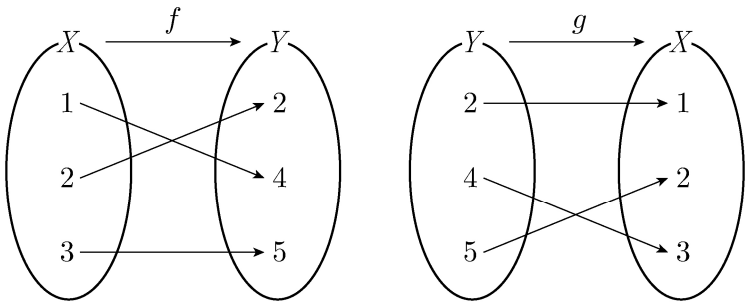
2. 자연수 전체의 집합의 두 부분집합

$A = \{2, 3, 4\}$, $B = \{1, a\}$

에 대하여 $n(A \cap B) = 1$ 이 되도록 하는 모든 a 의 값의 합은? [2점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

3. 그림은 두 함수 $f: X \rightarrow Y$, $g: Y \rightarrow X$ 를 나타낸 것이다.



$(g \circ f)(1)$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 실수 x 에 대한 두 조건 p , q 가 다음과 같다.

$p: |x - a| \leq 1$,

$q: x < 10$

p 가 q 이기 위한 충분조건이 되도록 하는 정수 a 의 최댓값은? [3점]

① 0 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

5. 다음 조건을 만족시키는 두 자리의 자연수의 개수는? [3점]

(가) 2의 배수이다.

(나) 십의 자리의 수는 6의 약수이다.

- ① 16 ② 20 ③ 24 ④ 28 ⑤ 32

6. $\int_0^2 (3x^2 + 6x) dx$ 의 값은? [3점]

- ① 20 ② 22 ③ 24 ④ 26 ⑤ 28

7. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1 = a_3 + 8, \quad 2a_4 - 3a_6 = 3$$

일 때, $a_k < 0$ 을 만족시키는 자연수 k 의 최솟값은? [3점]

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

8. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A) = \frac{7}{10}, \quad P(A \cup B) = \frac{9}{10}$$

일 때, $P(B^C | A^C)$ 의 값은? (단, A^C 은 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

9. 정의역이 $\{x | x > a\}$ 인 함수 $y = \sqrt{2x - 2a} - a^2 + 4$ 의 그래프가 오직 하나의 사분면을 지나도록 하는 실수 a 의 최댓값은? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

10. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여
부등식

$$\sqrt{9n^2 + 4} < \sqrt{na_n} < 3n + 2$$

를 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n}$ 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

11. 0이 아닌 실수 k 에 대하여 함수 $y = \frac{k}{x-1} + 5$ 의 그래프가 점 $(5, 3a)$ 를 지나고 두 점근선의 교점의 좌표가 $(1, 2a+1)$ 일 때, k 의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

12. $\sum_{k=1}^9 (k+1)^2 - \sum_{k=1}^{10} (k-1)^2$ 의 값은? [3점]

① 91 ② 93 ③ 95 ④ 97 ⑤ 99

13. 확률변수 X 가 평균이 m , 표준편차가 $\frac{m}{3}$ 인 정규분포를 따르고

$$P\left(X \leq \frac{9}{2}\right) = 0.9987$$

일 때, 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 m 의 값을 구한 것은? [3점]

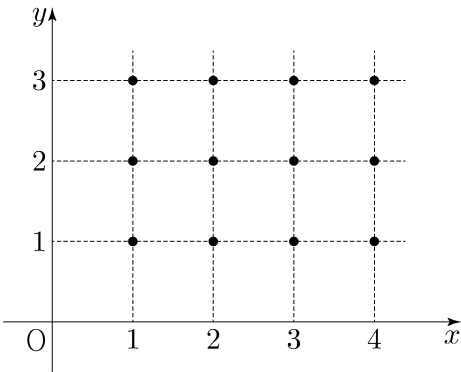
z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938
3.0	0.4987

- ① $\frac{3}{2}$
- ② $\frac{7}{4}$
- ③ 2
- ④ $\frac{9}{4}$
- ⑤ $\frac{5}{2}$

14. 다음 조건을 만족시키는 좌표평면 위의 점 (a, b) 중에서 임의로 서로 다른 두 점을 선택할 때, 선택된 두 점 사이의 거리가 1보다 클 확률은? [4점]

(가) a, b 는 자연수이다.
(나) $1 \leq a \leq 4, 1 \leq b \leq 3$

- ① $\frac{41}{66}$
- ② $\frac{43}{66}$
- ③ $\frac{15}{22}$
- ④ $\frac{47}{66}$
- ⑤ $\frac{49}{66}$



6

수학 영역(나형)

15. 함수 $f(x)=x^2-2x$ 에 대하여 두 곡선 $y=f(x)$,
 $y=-f(x-1)-1$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는? [4점]

- ① $\frac{1}{6}$
- ② $\frac{1}{4}$
- ③ $\frac{1}{3}$
- ④ $\frac{5}{12}$
- ⑤ $\frac{1}{2}$

16. 다항함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^3} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)}{x+1} = 2$$

를 만족시킨다. $f(1) \leq 12$ 일 때, $f(2)$ 의 최댓값은? [4점]

- ① 27
- ② 30
- ③ 33
- ④ 36
- ⑤ 39

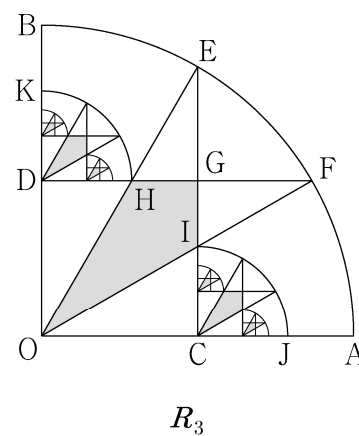
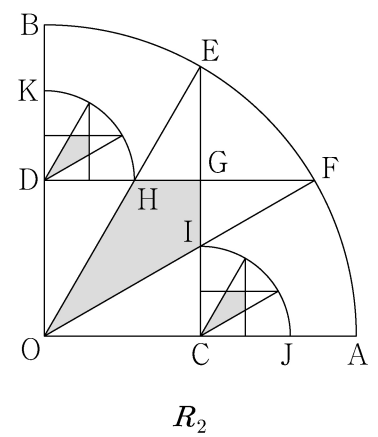
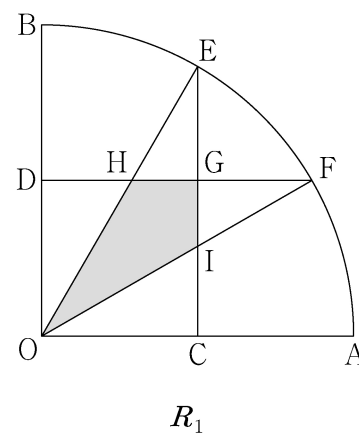
17. 함수 $f(x) = x^3 - 3ax^2 + 3(a^2 - 1)x$ 의 극댓값이 4이고 $f(-2) > 0$ 일 때, $f(-1)$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

18. 그림과 같이 중심이 O, 반지름의 길이가 2이고 중심각의 크기가 90° 인 부채꼴 OAB가 있다. 선분 OA의 중점을 C, 선분 OB의 중점을 D라 하자. 점 C를 지나고 선분 OB와 평행한 직선이 호 AB와 만나는 점을 E, 점 D를 지나고 선분 OA와 평행한 직선이 호 AB와 만나는 점을 F라 하자. 선분 CE와 선분 DF가 만나는 점을 G, 선분 OE와 선분 DG가 만나는 점을 H, 선분 OF와 선분 CG가 만나는 점을 I라 하자. 사각형 OIGH를 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에 중심이 C, 반지름의 길이가 \overline{CI} , 중심각의 크기가 90° 인 부채꼴 CJI와 중심이 D, 반지름의 길이가 \overline{DH} , 중심각의 크기가 90° 인 부채꼴 DHK를 그린다. 두 부채꼴 CJI, DHK에 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 두 개의 사각형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



...

...

- ① $\frac{2(3-\sqrt{3})}{5}$ ② $\frac{7(3-\sqrt{3})}{15}$ ③ $\frac{8(3-\sqrt{3})}{15}$
 ④ $\frac{3(3-\sqrt{3})}{5}$ ⑤ $\frac{2(3-\sqrt{3})}{3}$

19. 함수 $f(x) = 4x^4 + 4x^3$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{n+k} f\left(\frac{k}{n}\right)$ 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

20. 빨간색 공 6개, 파란색 공 3개, 노란색 공 3개가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내는 시행을 하여, 다음 규칙에 따라 세 사람 A, B, C가 점수를 얻는다. (단, 한 번 꺼낸 공은 다시 주머니에 넣지 않는다.)

- 빨간색 공이 나오면 A는 3점, B는 1점, C는 1점을 얻는다.
- 파란색 공이 나오면 A는 2점, B는 6점, C는 2점을 얻는다.
- 노란색 공이 나오면 A는 2점, B는 2점, C는 6점을 얻는다.

이 시행을 계속하여 얻은 점수의 합이 처음으로 24점 이상인 사람이 나오면 시행을 멈춘다. 다음은 얻은 점수의 합이 24점 이상인 사람이 A뿐일 확률을 구하는 과정이다.

꺼낸 빨간색 공의 개수를 x , 파란색 공의 개수를 y , 노란색 공의 개수를 z 라 할 때, 얻은 점수의 합이 24점 이상인 사람이 A뿐이기 위해서는 x, y, z 가 다음 조건을 만족시켜야 한다.

$$x=6, 0 < y < 3, 0 < z < 3, y+z \geq 3$$

이 조건을 만족시키는 순서쌍 (x, y, z) 는

$$(6, 1, 2), (6, 2, 1), (6, 2, 2)$$

이다.

(i) $(x, y, z) = (6, 1, 2)$ 인 경우의 확률은 (가)이다.

(ii) $(x, y, z) = (6, 2, 1)$ 인 경우의 확률은 (가)이다.

(iii) $(x, y, z) = (6, 2, 2)$ 인 경우는 10번째 시행에서

빨간색 공이 나와야 하므로 그 확률은 (나)이다.

(i), (ii), (iii)에 의하여 구하는 확률은

$$2 \times \text{(가)} + \text{(나)}$$

위의 (가), (나)에 알맞은 수를 각각 p, q 라 할 때, $p+q$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{13}{110}$ ② $\frac{27}{220}$ ③ $\frac{7}{55}$ ④ $\frac{29}{220}$ ⑤ $\frac{3}{22}$

21. 함수 $f(x) = x^3 + x^2 + ax + b$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = f(x) + (x-1)f'(x)$$

라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?
(단, a, b 는 상수이다.) [4점]

—<보 기>—

ㄱ. 함수 $h(x)$ 가 $h(x) = (x-1)f(x)$ 이면 $h'(x) = g(x)$ 이다.

ㄴ. 함수 $f(x)$ 가 $x = -1$ 에서 극값 0을 가지면

$$\int_0^1 g(x)dx = -1 \text{이다.}$$

ㄷ. $f(0) = 0$ 이면 방정식 $g(x) = 0$ 은 열린 구간 $(0, 1)$ 에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

22. ${}_8C_6$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x)$ 가 $x = 2$ 에서 연속이고

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = a + 2, \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 3a - 2$$

를 만족시킬 때, $a + f(2)$ 의 값을 구하시오.
(단, a 는 상수이다.) [3점]

24. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} + a_n = 3n - 1$$

을 만족시킨다. $a_3 = 4$ 일 때, $a_1 + a_5$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 어느 음식점을 방문한 고객의 주문 대기 시간은 평균이 m 분, 표준편차가 σ 분인 정규분포를 따른다고 한다. 이 음식점을 방문한 고객 중 64명을 임의추출하여 얻은 표본평균을 이용하여, 이 음식점을 방문한 고객의 주문 대기 시간의 평균 m 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간을 구하면 $a \leq m \leq b$ 이다. $b - a = 4.9$ 일 때, σ 의 값을 구하시오. (단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ 로 계산한다.) [3점]

26. n 이 자연수일 때, x 에 대한 이차방정식

$$x^2 - (2n - 1)x + n(n - 1) = 0$$

의 두 근을 α_n, β_n 이라 하자. $\sum_{n=1}^{81} \frac{1}{\sqrt{\alpha_n} + \sqrt{\beta_n}}$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 곡선 $y = x^3 - 3x^2 + 2x - 3$ 과 직선 $y = 2x + k$ 가 서로 다른 두 점에서만 만나도록 하는 모든 실수 k 의 값의 곱을 구하시오. [4점]

28. 네 양수 a, b, c, k 가 다음 조건을 만족시킬 때, k^2 의 값을 구하시오. [4점]

(가) $3^a = 5^b = k^c$
(나) $\log c = \log (2ab) - \log (2a + b)$

29. 연필 7자루와 볼펜 4자루를 다음 조건을 만족시키도록 여학생 3명과 남학생 2명에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수를 구하시오. (단, 연필끼리는 서로 구별하지 않고, 볼펜끼리도 서로 구별하지 않는다.) [4점]

- (가) 여학생이 각각 받는 연필의 개수는 서로 같고, 남학생이 각각 받는 볼펜의 개수도 서로 같다.
(나) 여학생은 연필을 1자루 이상 받고, 볼펜을 받지 못하는 여학생이 있을 수 있다.
(다) 남학생은 볼펜을 1자루 이상 받고, 연필을 받지 못하는 남학생이 있을 수 있다.

30. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 에 대하여 네 개의 수 $f(-1), f(0), f(1), f(2)$ 가 이 순서대로 등차수열을 이루고, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(-1, f(-1))$ 에서의 접선과 점 $(2, f(2))$ 에서의 접선이 점 $(k, 0)$ 에서 만난다. $f(2k)=20$ 일 때, $f(4k)$ 의 값을 구하시오. (단, k 는 상수이다.) [4점]

* 확인 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.