

제 2 교시

수학 영역(가형)

5 지 선 다 형

1. 두 벡터 $\vec{a}=(1, 2)$, $\vec{b}=(-2, 5)$ 에 대하여 벡터 $2\vec{a}-\vec{b}$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+8x)}{2x}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 좌표공간의 세 점 $A(2, 6, -3)$, $B(-5, 7, 4)$, $C(3, -1, 5)$ 를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 무게중심이 $G(0, a, b)$ 일 때, $a+b$ 의 값은? [2점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

4. 두 사건 A와 B가 서로 독립이고

$$P(A|B)=\frac{1}{3}, \quad P(A \cap B^C)=\frac{1}{12}$$

일 때, $P(B)$ 의 값은? (단, B^C 은 B의 여사건이다.) [3점]

① $\frac{5}{12}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{7}{12}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

5. 직선 $y = \frac{1}{2}x$ 가 쌍곡선 $\frac{x^2}{k} - \frac{y^2}{64} = 1$ 의 한 점근선일 때, 이 쌍곡선의 주축의 길이는? (단, k 는 양수이다.) [3점]

① 30 ② 32 ③ 34 ④ 36 ⑤ 38

6. x 에 대한 방정식

$$4^x - k \times 2^{x+1} + 16 = 0$$

이 오직 하나의 실근 α 를 가질 때, $k + \alpha$ 의 값은? (단, k 는 상수이다.) [3점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

7. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시간 t 에서의 위치 (x, y) 가

$$x = 2t + \sin t, \quad y = 1 - \cos t$$

이다. 시간 $t = \frac{\pi}{3}$ 에서 점 P의 속력은? [3점]

① $\sqrt{3}$ ② 2 ③ $\sqrt{5}$ ④ $\sqrt{6}$ ⑤ $\sqrt{7}$

8. $0 < \alpha < \beta < 2\pi$ 이고 $\cos \alpha = \cos \beta = \frac{1}{3}$ 일 때, $\sin(\beta - \alpha)$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{4\sqrt{2}}{9}$ ② $-\frac{4}{9}$ ③ 0
④ $\frac{4}{9}$ ⑤ $\frac{4\sqrt{2}}{9}$

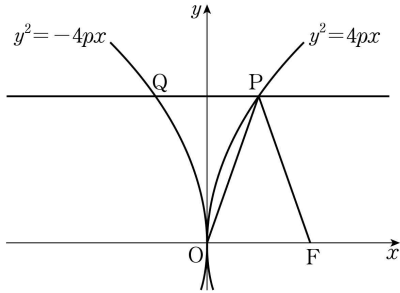
9. 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) > 0$ 인 연속함수 $f(x)$ 에 대하여 $\int_3^5 f(x)dx = 36$ 일 때, 곡선 $y = f(2x+1)$ 과 x 축 및 두 직선 $x = 1$, $x = 2$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

10. 한 개의 주사위와 6 개의 동전을 동시에 던질 때, 주사위를 던져서 나온 눈의 수와 6 개의 동전 중 앞면이 나온 동전의 개수가 같을 확률은? [3점]

- ① $\frac{9}{64}$ ② $\frac{19}{128}$ ③ $\frac{5}{32}$ ④ $\frac{21}{128}$ ⑤ $\frac{11}{64}$

11. 그림과 같이 점 F가 초점인 포물선 $y^2 = 4px$ 위의 점 P를 지나고 y축에 수직인 직선이 포물선 $y^2 = -4px$ 와 만나는 점을 Q라 하자. $\overline{OP} = \overline{PF}$ 이고 $\overline{PQ} = 6$ 일 때, 선분 PF의 길이는?
(단, O는 원점이고, p는 양수이다.) [3점]



- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

12. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 함수 $h(x)$ 를 $h(x) = (f \circ g)(x)$ 라 하자.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{g(x)+1}{x-1} = 2, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{h(x)-2}{x-1} = 12$$

일 때, $f(-1) + f'(-1)$ 의 값은? [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

13. 어느 도시의 시민 한 명이 1년 동안 병원을 이용한 횟수는 평균이 14, 표준편차가 3.2인 정규분포를 따른다고 한다. 이 도시의 시민 중에서 임의추출한 256명의 1년 동안 병원을 이용한 횟수의 표본평균이 13.7 이상이고 14.2 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

- ① 0.6826 ② 0.7745 ③ 0.8185 ④ 0.9104 ⑤ 0.9710

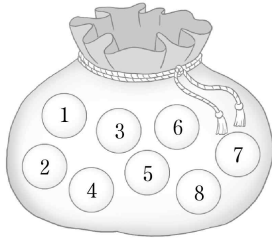
14. 곡선 $y = \log_{\sqrt{2}}(x-a)$ 와 직선 $y = \frac{1}{2}x$ 가 만나는 점 중 한

점을 A라 하고, 점 A를 지나고 기울기가 -1 인 직선이 곡선 $y = (\sqrt{2})^x + a$ 와 만나는 점을 B라 하자. 삼각형 OAB의 넓이가 6일 때, 상수 a 의 값은? (단, $0 < a < 4$ 이고, O는 원점이다.) [4점]

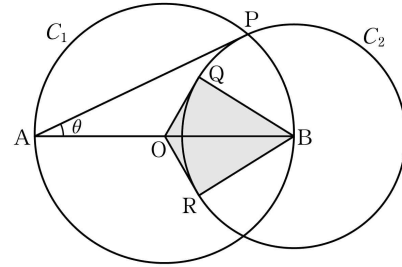
- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

15. 주머니에 1부터 8까지의 자연수가 하나씩 적힌 8개의 공이 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 3개의 공을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 3개의 공에 적힌 수를 a, b, c ($a < b < c$)라 하자. $a+b+c$ 가 짝수일 때, a 가 홀수일 확률은? [4점]

- ① $\frac{3}{7}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{4}{7}$ ④ $\frac{9}{14}$ ⑤ $\frac{5}{7}$



16. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 원 C_1 과 점 B를 중심으로 하고 원 C_1 위의 점 P를 지나는 원 C_2 가 있다. 원 C_1 의 중심 O에서 원 C_2 에 그은 두 접선의 접점을 각각 Q, R라 하자. $\angle PAB = \theta$ 일 때, 사각형 ORBQ의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$) [4점]



- ① 2 ② $\sqrt{3}$ ③ 1 ④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

17. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $x > 0$ 일 때, $f(x) = axe^{2x} + bx^2$

(나) $x_1 < x_2 < 0$ 인 임의의 두 실수 x_1, x_2 에 대하여
 $f(x_2) - f(x_1) = 3x_2 - 3x_1$

$f\left(\frac{1}{2}\right) = 2e$ 일 때, $f'\left(\frac{1}{2}\right)$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

- ① $2e$ ② $4e$ ③ $6e$ ④ $8e$ ⑤ $10e$

18. 숫자 1, 2, 3, 6, 18이 하나씩 적혀 있는 5장의 카드가 있다. 다음은 이 5장의 카드를 일렬로 나열할 때, 이웃한 두 카드에 적혀 있는 수의 곱이 모두 6의 배수가 되도록 나열하는 경우의 수를 구하는 과정이다.

이웃한 두 카드에 적힌 수의 곱이 6의 배수가 되지 않는 경우는 1, 2가 적힌 두 카드가 서로 이웃하는 경우와 1, 3이 적힌 두 카드가 서로 이웃하는 경우이다.

(i) 1, 2가 적힌 두 카드가 서로 이웃하는 경우
 이 두 카드를 한 묶음으로 생각하고, 두 카드의 자리를 바꾸는 것을 고려하면 1, 2가 적힌 두 카드가 이웃하도록 5장의 카드를 나열하는 경우의 수는 $\boxed{\text{가}}$ 이다.

(ii) 1, 3이 적힌 두 카드가 서로 이웃하는 경우
 (i)과 마찬가지로 경우의 수는 $\boxed{\text{가}}$ 이다.

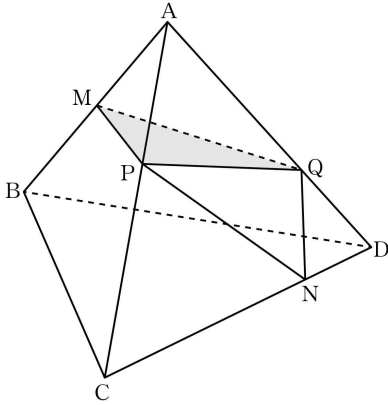
(iii) (i)과 (ii)가 동시에 일어나는 경우
 1, 2, 3이 적힌 세 카드를 한 묶음으로 생각하고, 세 카드 중 1이 적힌 카드가 가운데에 위치하도록 5장의 카드를 나열하는 경우의 수는 $\boxed{\text{나}}$ 이다.

5장의 카드를 일렬로 나열하는 모든 경우의 수는 $5! = 120$ 이므로 (i), (ii), (iii)에 의해 구하는 경우의 수는 $\boxed{\text{다}}$ 이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r 라 할 때, $p+q+r$ 의 값은? [4점]

- ① 96 ② 100 ③ 104 ④ 108 ⑤ 112

19. 그림과 같이 한 모서리의 길이가 1인 정사면체 ABCD에서 선분 AB의 중점을 M, 선분 CD를 3:1로 내분하는 점을 N이라 하자. 선분 AC 위에 $\overline{MP} + \overline{PN}$ 의 값이 최소가 되도록 점 P를 잡고, 선분 AD 위에 $\overline{MQ} + \overline{QN}$ 의 값이 최소가 되도록 점 Q를 잡는다. 삼각형 MPQ의 평면 BCD 위로의 정사영의 넓이는? [4점]



- ① $\frac{\sqrt{3}}{30}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{15}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{10}$ ④ $\frac{2\sqrt{3}}{15}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{6}$

20. 함수 $f(x) = \int_x^{x+2} |2^t - 5| dt$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, 2^m 의 값은? [4점]

- ① $\left(\frac{5}{4}\right)^8$ ② $\left(\frac{5}{4}\right)^9$ ③ $\left(\frac{5}{4}\right)^{10}$ ④ $\left(\frac{5}{4}\right)^{11}$ ⑤ $\left(\frac{5}{4}\right)^{12}$

21. 정수 n 에 대하여 점 $(a, 0)$ 에서 곡선 $y = (x-n)e^x$ 에 그은 접선의 개수를 $f(n)$ 이라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

— < 보 기 > —

ㄱ. $a=0$ 일 때, $f(4)=1$ 이다.
 ㄴ. $f(n)=1$ 인 정수 n 의 개수가 1인 정수 a 가 존재한다.
 ㄷ. $\sum_{n=1}^5 f(n)=5$ 를 만족시키는 정수 a 의 값은 -1 또는 3 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

22. ${}_7\text{H}_3$ 의 값을 구하시오. [3점]

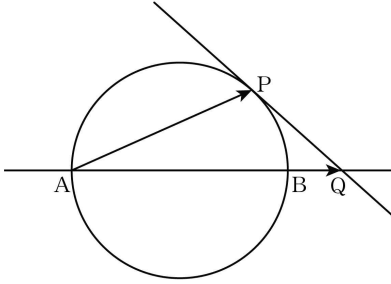
23. 함수 $f(x) = \sin x - \sqrt{3} \cos x$ 에 대하여 $f'\left(\frac{\pi}{3}\right)$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 이항분포 $B\left(n, \frac{1}{3}\right)$ 을 따르는 확률변수 X 에 대하여
 $V(2X-1)=80$ 일 때, $E(2X-1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

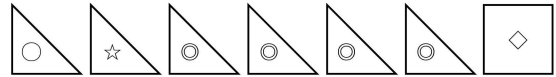
25. 점 $A(6, 4)$ 에서 타원 $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{16} = 1$ 에 그은 두 접선의 접점을
 각각 B, C 라 할 때, 삼각형 ABC 의 넓이를 구하시오. [3점]

26. 어느 영화를 관람한 사람 중에서 n 명을 임의추출하여 조사한
 결과, 이 영화를 재관람한 사람은 m 명이었다. 이 결과를
 이용하여, 이 영화를 관람한 사람 전체 중 이 영화를 재관람한
 사람의 비율 p 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간을 구하면
 $0.0706 \leq p \leq 0.1294$ 이다. $m+n$ 의 값을 구하시오.
 (단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때,
 $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ 로 계산한다.) [4점]

27. 그림과 같이 선분 AB를 지름으로 하는 원 위의 점 P에서의 접선과 직선 AB가 만나는 점을 Q라 하자. 점 Q가 선분 AB를 5:1로 외분하는 점이고, $BQ = \sqrt{3}$ 일 때, $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AQ}$ 의 값을 구하시오. [4점]

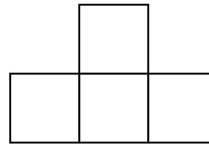


28. [그림 1]과 같이 빗변의 길이가 $\sqrt{2}$ 인 직각이등변삼각형 모양의 조각 6개와 한 변의 길이가 1인 정사각형 모양의 조각 1개가 있다. 직각이등변삼각형 모양의 조각 중 ○, ☆, ◎가 그려진 조각은 각각 1개, 1개, 4개가 있고, 정사각형 모양의 조각에는 ◇가 그려져 있다.

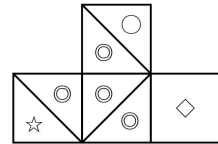


[그림 1]

[그림 1]의 조각을 모두 사용하여 [그림 2]의 한 변의 길이가 1인 정사각형 4개로 이루어진 도형을 빈틈없이 채우려고 한다. [그림 3]은 도형을 빈틈없이 채운 한 예이다.



[그림 2]



[그림 3]

[그림 1]의 조각을 모두 사용하여 [그림 2]의 도형을 빈틈없이 채우는 경우의 수를 구하시오. (단, ◎가 그려진 조각은 서로 구별하지 않고, 각 조각은 뒤집지 않는다.) [4점]

29. 좌표공간의 세 점 $A(-1, 0, 6)$, $B(2, -\sqrt{3}, 0)$, $C(3, 0, 0)$ 에 대하여 두 점 P , Q 가

$$|\overrightarrow{AP}|=2, \quad |\overrightarrow{CQ}|=2\sqrt{3}, \quad \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CQ}=6$$

을 만족시킨다. $|\overrightarrow{PQ}|$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]

30. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \quad g(x+1)-g(x)=-\pi(e+1)e^x \sin(\pi x)$$

$$(나) \quad g(x+1)=\int_0^x \{f(t+1)e^t - f(t)e^t + g(t)\} dt$$

$\int_0^1 f(x)dx = \frac{10}{9}e + 4$ 일 때, $\int_1^{10} f(x)dx$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입 (표기)했는지 확인하시오.